(مقالهٔ پژوهشی)

مطالعهٔ پدیده‌شناسی پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی *

علی اسدی[۱] مجید ملک جعفریان[۲] علیرضا تیمورتاش[۳]

چکیده *یکی از پدیده‌های مورد مطالعهٔ دانشمندان در سال‌های اخیر، پدیدهٔ پرش هیدرولیکی چندضلعی است. حدود دو دهه از مشاهدهٔ این پدیده می‌گذرد، اما هنوز علّت ایجاد و شکل‌گیری این پدیده نامعلوم است. هدف اصلی در این تحقیق مطالعهٔ پدیده‌شناسی پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی است. به همین منظور، این پدیده به روش آزمایشگاهی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که علّت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی چندضلعی، حضور اغتشاشات و ناپایداری‌های موجود در جریان، سیستم و یا محیط است. این ناپایداری‌ها بر اساس پدیدهٔ رایلی-پلاتو و در حضور اثرات کشش سطحی و لزجت، پرش هیدرولیکی دایروی پایدار را ناپایدار کرده و آن را به یک پرش چندضلعی تبدیل می‌کند. با حذف ناپایداری‌ها، پرش دایروی پایدار ایجاد گردید. این پرش بر خلاف نتایج محقّقان در کارهای قبلی از اعداد رینولدز کم تا اعداد رینولدز بالا پایدار است. همچنین در این تحقیق، رفتار پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی که در کارهای قبلی و در حضور ناپایداری‌ها شکل گرفته‌اند، بررسی شد. در یک دبی ثابت، مساحت داخل پرش، برای همهٔ پرش‌های ممکن، تقریباً با خطای کمتر از حدود ۱۰ درصد، برابر است. از بین چندضلعی‌های با تعداد اضلاع برابر که برای یک دبی خاص محتمل است، پرش به شکل چندضلعی منتظم درمی‌آید؛ زیرا به‌طور طبیعی، کشش سطحی تلاش می‌کند تا کمترین سطح رویهٔ ممکن را برای پرش ایجاد کند.*

واژه‌های کلیدی پدیده‌شناسی؛ پدیدهٔ رایلی-پلاتو؛ پرش چندضلعی؛ چندضلعی منتظم؛ پرش دایروی پایدار.

A Phenomenological Study of Polygonal Hydraulic Jumps

A. Asadi M. Malek Jafarian A.R. Teymourtash

Abstract *Polygonal hydraulic jump is among the subjects widely studied by scientists in recent years. Although this phenomenon was discovered nearly two decades ago, many of the probable reasons behind it remain unknown. Accordingly, the main goal of the present study is to conduct a laboratory-scale phenomenological investigation on polygonal hydraulic jumps. The results indicated that the main cause of polygonal hydraulic jumps is the presence of disturbances and instabilities in flows, systems, or environments. Given the Plateau–Rayleigh instability, in the presence of surface tension and viscosity effects, the disturbances and instabilities create stable circular jumps unstable and then turn them into polygonal jumps. A stable circular jump was created with the elimination of instabilities, and the jump, unlike what observed in previous studies, was stable at a low to high range of Reynolds number. In addition, the behavior of polygonal hydraulic jumps formed in previous studies in the presence of instabilities was investigated. In a constant flow rate, the area inside the jump was equal for all the possible jumps at an error level of less than 10%. Among the polygons with an equal number of sides, which are possibly observed in a particular flow rate, the jump changes into a regular polygon, as the surface tension naturally tends to create the minimum possible surface area for the jump.*

Key Words Phenomenology, Plateau–Rayleigh Instability, Polygonal Jump, Regular Polygon, Stable Circular Jump

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۷/۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۸/۹/۲۴ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/fum-mech.v31i1.83280

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک – تبدیل انرژی، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه بیرجند، ایران

(۲) نویسنده‌ی مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک – تبدیل انرژی، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه بیرجند، ایران. mmjafarian@birjand.ac.ir

(۳) استاد، گروه مهندسی مکانیک – تبدیل انرژی، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

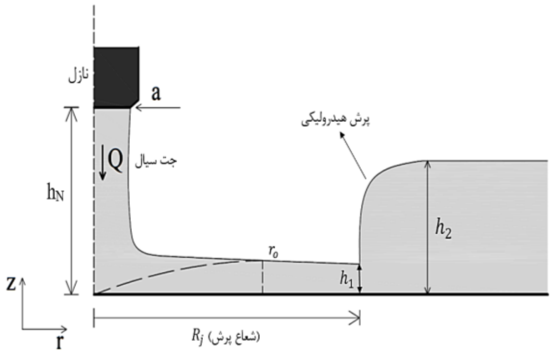
مقدّمه

از دیدگاه علم مکانیک سیّالات، هنگامی‌که یک جت عمودی سیّال به یک صفحهٔ افقی برخورد می‌کند، سیّال به‌صورت شعاعی و در همهٔ جهات پخش می‌شود. در یک فاصلهٔ خاص از محل برخورد جت سیّال که به آن شعاع پرش هیدرولیکی گفته می‌شود، به‌طور ناگهان ضخامت سیّال افزایش یافته، جریان از حالت فوق بحرانی به حالت زیربحرانی تبدیل می‌شود و اصطلاحاً یک پرش هیدرولیکی دایروی شکل می‌گیرد (شکل ۱). جریان فوق بحرانی بالادست دارای انرژی بسیار زیادی است که رفته‌رفته به دلیل اصطکاک و دیگر عوامل کاهندهٔ سرعت، در پایین‌دست پرش به حالت زیربحرانی تبدیل می‌شود. جریان زیربحرانی پایین‌دست دارای محتوی انرژی کمتری است. جریان برای تبدیل از حالت فوق بحرانی به زیربحرانی به‌ناچار در یک محل خاص، انرژی خود را تخلیه می‌کند که این تخلیهٔ انرژی به‌صورت یک پرش هیدرولیکی ظاهر می‌شود. هدف اصلی در تحقیقات علمی در این زمینه یافتن محل ایجاد پرش هیدرولیکی دایروی، یا به عبارتی شعاع پرش هیدرولیکی است.



شکل «۱»: پرش هیدرولیکی دایروی

شکل (۲) شماتیک پرش هیدرولیکی دایروی را نشان می‌دهد. با توجّه به تقارن محوری پرش هیدرولیکی دایروی، نیمی از برش مقطعی پرش نشان داده شده است. در این شکل شعاع نازل (a)، فاصلهٔ نازل از سطح افقی (h_N) شعاع پرش (R_j)، ارتفاع پایین‌دست پرش (h_2) و سایر پارامترهای پرش هیدرولیکی دایروی نشان داده شده است. ازجمله کاربردهای این پدیده می‌توان به خنک‌کاری در فرایندهای صنعتی اشاره کرد [1,2].



شکل «۲»: شماتیک جت عمودی برخوردکننده به صفحه افقی و ایجاد پرش هیدرولیکی دایروی

اوّلین شخصی که پرش هیدرولیکی را به‌صورت علمی مورد مطالعه و بررسی قرار داد، فیزیکدان بریتانیایی، لرد رایلی، بود. وی در سال ۱۹۱٤ جریان در یک کانال روباز با عرض ثابت را با فرض جریان غیر لزج مورد مطالعه قرار داد و تئوری خود را بیان کرد [3]. او با فرض اینکه جرم و مومنتم در عرض پرش بقا دارند ولی انرژی بقا ندارد، اظهار داشت که می‌توان از این تئوری برای موج سیّالی که ارتفاع سیّال در دو طرف آن اختلاف سطح دارد، استفاده کرد.

بیرخوف و زارانتونلو [4] در سال ۱۹۵۷ تئوری کاملی از پرش‌های هیدرولیکی دایروی غیر لزج ارائه کردند. از دیدگاه تئوری غیر لزج، توازنی بین نیروی فشار و مومنتم در موقعیت پرش وجود دارد. بااین‌وجود، به خاطر نازکی لایه‌ی مایع، به‌ویژه قبل از پرش، واضح است که جریان در چنین مسائلی دارای لزجت است و تئوری غیر لزج برای پیش‌بینی شعاع پرش هیدرولیکی دایروی مناسب نیست.

واتسون در سال ۱۹٦٤ برای اوّلین بار اثر لزجت را در پرش هیدرولیکی دایروی در نظر گرفت [5]. او این پدیده را با فرض لایهٔ مرزی برای بالادست پرش که از جت توسعه می‌یابد، به‌صورت تئوری درآورد. واتسون از کشش سطحی در تئوری خود صرف‌نظر کرد که نقص این تئوری نیز به حساب می‌آید. او با فرض جریان آرام، صرف‌نظر از تغییرات شعاعی فشار هیدرواستاتیک در مقایسه با تنش‌های لزج، همچنین صرف‌نظر از ساختار پرش و معرفی یک پارامتر تشابهی، سعی کرد تا معادلات حاکم را به روش تشابهی حل کند.

محقّقان مختلف دیگری در سراسر جهان در چهار دههٔ اخیر مانند خود واتسون [5]، کریک و همکاران [6]، اریکو [7] و لیو و لینهارد [8] به‌طور آزمایشگاهی تئوری واتسون را بررسی کردند و نشان دادند که تئوری واتسون در برخی از شرایط مطابقت کمی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

هیگوئرا [9] پرش هیدرولیکی ظاهر شده در جریان آرام و لزج روی یک صفحهٔ افقی محدود را به‌صورت عددی مطالعه کرد و از تقریب‌های لایهٔ مرزی برای جریان داخلی و ناحیهٔ اطراف پرش استفاده کرد. وی در نظر گرفتن اثر کشش سطحی و تغییرات فشار و استفاده از تقریب لایهٔ مرزی را به‌عنوان گامی روبه‌جلو برای توصیف جریان در همهٔ پرش‌های هیدرولیکی مسطح در محدودهٔ اعداد رینولدز بی‌نهایت در نظر گرفت.

در سال ۲۰۰۳ بوش و اریستوف [10] نقص اصلی تئوری واتسون را برطرف کردند. آنها با در نظر گرفتن اثر پارامتر کلیدی کشش سطحی در مسئلهٔ پرش هیدرولیکی دایروی توانستند به‌صورت تحلیلی و آزمایشگاهی تئوری واتسون را اصلاح و نتایج آن را بهبود بخشند. آنها اثر کشش سطحی را با اعمال نیروی انحنای شعاعی (مؤلفه‌ی شعاعی نیروی کشش سطحی مربوط به انحنای پرش) در ناحیهٔ پرش در نظر گرفته و با حل معادلهٔ بقای مومنتم به حل مسئله پرداختند.

بوش و همکاران [11] یک تقسیم‌بندی منظم برای ساختار پرش هیدرولیکی دایروی ارائه کردند. بر اساس تقسیم‌بندی آنها، انواع ساختار پرش هیدرولیکی دایروی در شکل (۳) نشان داده شده است.

یوکویی و ژائو [12] انتقال در پرش هیدرولیکی دایروی را در نظر گرفتند و آن را به‌صورت عددی مطالعه کردند. آنها تغییر پرش از نوع I به نوع II که در آزمایش‌ها بررسی شده بود و علّت آن تغییر ارتفاع سیّال در پایین‌دست پرش بود را به‌صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند و اظهار داشتند که این انتقال با افزایش فشار در زیر سطح جریان، بلافاصله بعد از پرش ارتباط دارد. پس‌ازآن، آنها ساختار تشکیل پرش‌های هیدرولیکی دایروی را با اعداد رینولدز متوسط به‌صورت عددی بررسی کردند [13]. نتایج عددی آنها نشان داد که افزایش فشار زیر سطح در پرش، نقش مهمی در تولید جریان برگشتی ایفا می‌کند که برای ایجاد و بقای گردابه نیاز است. همچنین یک وابستگی میان میدان فشار و نیروی کشش سطحی وجود دارد.

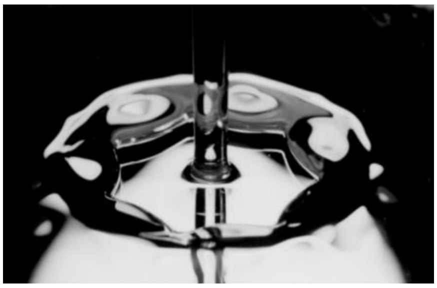


شکل «۳»: شماتیک انواع ساختار پرش هیدرولیکی دایروی پایدار [11].

میکلویچ و میکلویچ [14] یک مدل سادهٔ پخشی برای پرش‌های هیدرولیکی دایروی پیشنهاد دادند. مدل آنها از تحلیل معادلهٔ برنولی استخراج شد. آنها یک تحلیل مقدّماتی روی پرش‌های نوع I و نوع II، یعنی شکل‌گیری یک یا دو گردابه، نیز انجام دادند و نتایج خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند که رضایت‌بخش بود.

پسندیده‌فرد و همکارانش [15] یک مطالعهٔ پارامتری به منظور تأثیر پارامترهای مختلف، شامل نرخ حجمی جریان، ارتفاع پایین‌دست، لزجت و جاذبه روی شعاع پرش هیدرولیکی دایروی و ویژگی‌های آن انجام دادند. آنها مطالعهٔ عددی خود را به کمک روش حجم سیّال [16] و با در نظر گرفتن کشش سطحی انجام داده و نتایج عددی حاصل را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کردند.

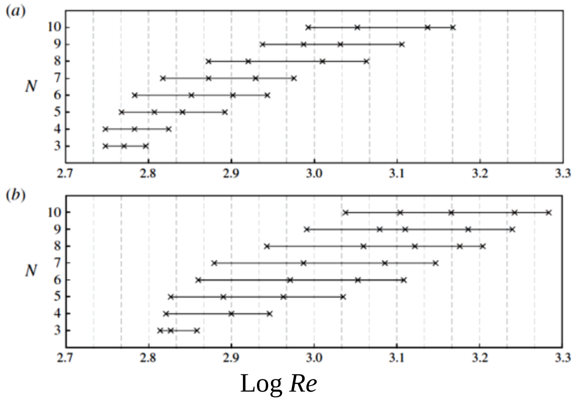
الگارد و همکاران [17] در سال ۱۹۹۹ که به‌طور تجربی در حال بررسی پرش دایروی بودند برای اوّلین بار با پدیدهٔ جالبی مواجه شدند و آن پرش‌های هیدرولیکی غیر دایروی یا چندضلعی (Polygonal Hydraulic Jump) بود. شکل (٤) تصویر یک پرش هیدرولیکی هفت‌ضلعی را نشان می‌دهد. آنها دریافتند که شکل‌های چندضلعی ثابت (پایدار) وقتی می‌توانند تشکیل شوند که لزجت سیّال زیاد باشد (تقریباً ۱۱ برابر لزجت آب) و یک مانع پایین‌دست با ارتفاع مشخص برای جریان در نظر گرفته شود. این مانع، یک دایرهٔ مسطح توخالی هم‌مرکز با صفحه هدف و جت عمودی است که از جنس شیشه یا پلکس گلس ساخته شده و بر روی صفحهٔ هدف قرار می‌گیرد. آنها همچنین وابستگی تعداد گوشه‌ها را به نرخ جریان، ارتفاع نازل و ارتفاع پایین‌دست برای یک نازل با شعاع داخلی ۰/۵cm در پرش‌های چندضلعی نشان دادند.



شکل «٤»: پرش هیدرولیکی غیر دایروی [17]

چند پایایی (Hysteresis) پرش‌های چندضلعی به‌وسیلهٔ الگلارد و همکاران [17] گزارش شد. آنها اشاره کردند که در یک رژیم پارامتری ثابت، چندین چندضلعی می‌تواند پایدار باشد. به‌عنوان‌مثال در یک عدد رینولدز خاص، می‌توان پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی با ٤، ٥، ٦، ٧ و یا حتی ٨ ضلع مشاهده کرد [18]. بر این اساس تیمورتاش و مخلصی [18] برای پرش‌های چندضلعی پایا، ناحیهٔ پایداری معرفی کردند و به ترسیم نمودارهای پایداری پرداختند. آنها اظهار داشتند که مزیّت این نمودارها نسبت به نمودارهای الگارد و همکارانش [17] و بوش و همکارانش [11] این است که امکان شکل‌گیری چندین پرش چندضلعی با تعداد گوشه‌های مختلف در یک پارامتر ثابت را نشان می‌دهد. شکل (٥) دو نمونه از این نمودارها برای دو ارتفاع مانع پایین‌دست $H_{obstacle}$=0.22,0.30cm را نشان می‌دهد. N در نمودارهای این شکل معرف تعداد اضلاع پرش چندضلعی است.

این پدیده مشابه پدیدهٔ بازماند در الکترومغناطیس است که با افزایش دبی در مرحلهٔ رفت و کاهش دبی در مرحلهٔ برگشت، هم‌پوشانی در محدودهٔ پایداری چندضلعی‌ها و در نتیجه در تعداد اضلاع حاصل می‌شود.



شکل «۵»: ناحیهٔ پایداری پرش‌های چندضلعی پایا
$H_{obstacle}$=0.22 (a و $H_{obstacle}$=0.30 (b [18]

مارتنز و همکاران [19] در سال ۲۰۱۲ برای اوّلین بار یک تئوری برای پرش‌های نوع II بر اساس موازنهٔ مومنتم در راستای شعاعی و مماسی پرش ارائه کردند. آنها این موازنه را برای غلتک (Roller) زیرسطحی به‌عنوان یک شیء مجزا انجام داده و با صرف‌نظر از کشش سطحی توانستند به‌صورت تحلیلی، تعداد گوشه‌های چندضلعی را پیش‌بینی کنند.

روجاس و تیراپگیو [20] با استفاده از تئوری روانکاری اینرسی [21] به بررسی پرش‌های هیدرولیکی دایروی و چندضلعی پرداختند. آنها با در نظر گرفتن تقارن مماسی و اغتشاشات کوچکی در پرش دایروی، یک معادلهٔ غیر خطی برای حالت چندضلعی به دست آوردند و نشان دادند که از نظر تئوری وقتی عدد موج بی‌بعد خیلی بزرگ‌تر از ۱۰ باشد، یا به عبارتی کشش سطحی خیلی کم باشد، حل چندضلعی به یک پرش دایروی نوع II همگرا می‌شود.

بوش و همکاران [11] و مارتنز و همکاران [17] دریافتند که ناپایداری در پرش‌های دایروی و تشکیل غیر دایروی‌ها می‌تواند به ناپایداری رایلی-پلاتو مربوط باشد. بوش و همکاران [11] یک رابطهٔ تجربی برای طول موج ناپایداری پرش‌های غیر دایروی پایدار بر اساس کشش سطحی، چگالی و سرعت شعاعی خروجی از پرش پیشنهاد دادند. آنها همچنین نشان دادند که در محلول گلیسرین-آب، با کاهش کشش سطحی از طریق یک افزودنی به سیّال، پرش هیدرولیکی چندضلعی به پرش هیدرولیکی دایروی تبدیل می‌شود و شعاع آن حدود ۲۰٪ افزایش می‌یابد.

تیمورتاش و مخلصی [18] موج‌های ایجاد شده در سطح پرش دایروی، درست قبل از تبدیل شدن به یک پرش چندضلعی را به‌عنوان ناپایداری معرفی کردند که البته علّت پدیدار شدن این موج، خود یک سؤال است.

با مطالعهٔ تحقیقات محقّقان درمی‌یابیم که هرگاه یک مانع پایین‌دست برای پرش هیدرولیکی دایروی پایدار در نظر گرفته می‌شود، این پرش ناپایدار شده و به یک پرش هیدرولیکی چندضلعی تبدیل می‌شود.

اما تاکنون و پس از گذشت نزدیک به دو دهه از مشاهدهٔ پدیدهٔ پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی علّت ناپایداری، شکل‌گیری و نحوهٔ رفتار این پرش‌ها شناخته نشده است و همچنان به‌عنوان یک سؤال مطرح است.

در این تحقیق علاوه بر شناسایی علّت ناپایداری و شکل‌گیری پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی، به تحلیل رفتار این پرش‌ها و پارامترهای مهم و مؤثر بر آن پرداخته می‌شود. در ادامه به این سؤال نیز پاسخ داده خواهد شد که چرا پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی به‌صورت چندضلعی منتظم شکل می‌گیرند؟

تئوری

مهم‌ترین و معتبرترین تئوری در زمینهٔ پرش‌های هیدرولیکی دایروی، تئوری واتسون است که توسط بوش و اریستوف [10] با اعمال اثر ضریب کشش سطحی اصلاح شد. آنها در نهایت معادلات زیر را برای پیش‌بینی شعاع پرش هیدرولیکی دایروی پیشنهاد دادند:

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2}\left(1+\frac{2}{Bo}\right)+\frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2}=0.10132$$
$$-0.1297\left(\frac{R_j}{a}\right)^{3/2} Re^{-1/2} \quad , \quad R_j < r_o \qquad (۱)$$

$$\frac{\mathrm{R_j h_2^2 g a^2}}{\mathrm{Q^2}}\left(1+\frac{2}{\mathrm{Bo}}\right)+\frac{\mathrm{a^2}}{2\pi^2 \mathrm{R_j h_2}} = 0.01676 \left[\left(\frac{\mathrm{R_j}}{\mathrm{a}}\right)^3 \mathrm{Re}^{-1}+0.1826\right]^{-1}, \mathrm{R_j} \geq \mathrm{r_o} \qquad (۲)$$

که در آن R_j شعاع پرش، h_2 ارتفاع سیّال در پایین‌دست پرش، g شتاب جاذبه، a شعاع دهانهٔ جت، Q دبی جریان، Bo عدد باند و Re عدد رینولدز است. اعداد رینولدز و باند طبق رابطه‌های (۳ و ٤) تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{Bo} = \frac{\rho g \mathrm{R_j} \Delta \mathrm{H}}{\sigma} \qquad (۳)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{a}\nu} \qquad (٤)$$

که در آن ρ چگالی سیّال، ΔH اختلاف ارتفاع سیّال در بالا و پایین‌دست پرش، σ کشش سطحی و ν لزجت سینماتیکی است. از دیگر اعداد بی‌بعد مهم و مؤثر در زمینهٔ پرش‌های هیدرولیکی عدد فرود (Fr) و وبر (We) هستند که مطابق رابطه‌های (۵ و ٦) تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{Fr} = \frac{\mathrm{V}}{\sqrt{\mathrm{gh}}} \qquad (۵)$$

$$\mathrm{We} = \frac{\rho \mathrm{Q}^2}{\sigma \mathrm{h_2^3}} \qquad (٦)$$

V در رابطهٔ (۵) سرعت سیّال در محل پرش است. در این رابطه اگر h ارتفاع سیّال در بالادست پرش (h_1) و سرعت سیّال در بالادست پرش (V_1) باشد، Fr_1 عدد فرود بالادست پرش و اگر h ارتفاع سیّال در پایین‌دست پرش (h_2) و سرعت سیّال در پایین‌دست پرش (V_2) باشد، Fr_2 عدد فرود پایین‌دست پرش است.

پایداری یک مشخصّهٔ مهم برای طبقه‌بندی پرش‌های هیدرولیکی دایروی و غیر دایروی است. برخی فاکتورها از قبیل ارتفاع پایین‌دست پرش، نرخ جریان، لزجت، کشش سطحی و جاذبه، بر پایداری پرش اثر می‌گذارند. افزایش ارتفاع پایین‌دست پرش، ساختار پرش پایدار را به یک جریان وابسته به زمان یا حتی یک جریان مغشوش تغییر می‌دهد [22]. بالا رفتن کشش سطحی، پرش را ناپایدار می‌کند [10]. از دیدگاه تئوری یک حد کشش سطحی بحرانی بالا وجود دارد که پرش دایروی پایدار نمی‌تواند وجود داشته باشد و این یعنی این‌که یک حالت گذرا به یک پرش دایروی ناپایدار یا یک پرش غیر دایروی موجود هست. این کشش سطحی بحرانی به لزجت، نرخ جریان و پارامترهای دیگر بستگی داشته و با افزایش لزجت کاهش می‌یابد [23].

می‌توان گفت یکی از پارامترهای مهم در بحث پایداری، کشش سطحی است. در توضیح این پارامتر می‌توان گفت که در داخل مایع، به هر مولکول، از سوی مولکول‌های دیگر نیرویی وارد می‌شود و برآیند نیروی وارد بر هر مولکول صفر است. در سطح مایع، به مولکول‌ها تنها از یک جهت، توسط دیگر مولکول‌ها نیرو وارد می‌شود و در جهت دیگر (مثلاً از طرف هوا) نیرو ناچیز است؛ بنابراین، نیرویی به طرف داخل، به مولکول‌هایی که در سطح مایع قرار دارند وارد می‌شود و تلاش در کاهش سطح انرژی و سطح رویهٔ سیّال را دارد؛ بنابراین سطح مایع آن‌قدر جمع می‌شود تا کمترین مساحت و سطح انرژی را داشته باشد.

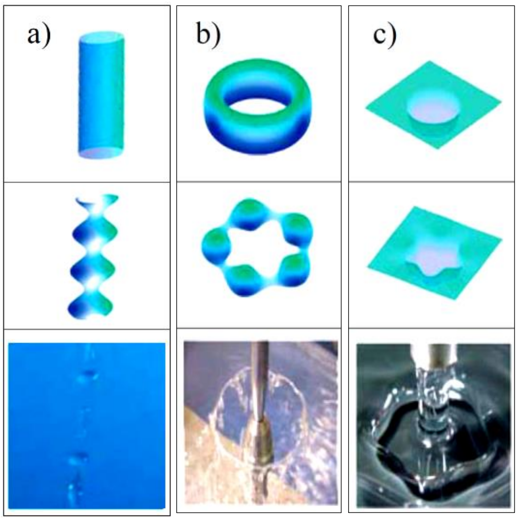
پلاتو [24] و رایلی [25]، دریافتند که در یک باریکهٔ سیّال که از دهانه نازل خارج و به سمت پایین می‌ریزد، هر چه قدر هم باریکهٔ سیّال یکنواخت باشد، کشش سطحی می‌تواند با رشد آشفتگی‌ها در راستای شعاعی باعث ایجاد انحنا در سطح باریکه و در نهایت به قطره‌قطره شدن باریکهٔ سیّال منجر شود. با توجّه به اینکه کشش سطحی همواره سعی در ایجاد کمترین سطح رویه در سیّال دارد و کمترین سطح رویه برای قطره یا شکل کروی سیّال است، هرچقدر کشش سطحی بیشتر باشد، رشد آشفتگی‌ها و ناپایداری‌ها بیشتر است و باریکه سیّال سریع‌تر دچار انحنا و قطره‌قطره شدن می‌شود.

به هنگام جاری شدن باریکهٔ آب از شیر، تقریباً بعد از ۱۰ سانتی‌متر، باریکه دچار انحنا و قطره‌قطره شدن می‌شود. این در حالی است که در مورد باریکهٔ عسل این طول می‌تواند به حدود ۱۰ متر برسد. جوادی و همکاران [26] به کمک روش آزمایشگاهی و همچنین آنالیز ریاضیِ رشد آشفتگی‌ها در امتداد باریکهٔ سیّال نشان دادند که طول کشیدگی باریکهٔ سیّال قبل از قطره‌قطره شدن، طبق رابطهٔ (۷) به دبی جریان (Q)، لزجت سیّال (μ) و ضریب کشش سطحی (σ) بستگی دارد:

$$l_b \sim (gQ^2\mu^4/\sigma^4)^{1/3} \qquad (۷)$$

طبق این رابطه، هرچقدر لزجت بیشتر و کشش سطحی کمتر باشد، باریکهٔ سیّال توانایی بیشتری در خنثی کردن آشفتگی‌ها و حفظ پایداری دارد. برعکس هرچه کشش سطحی بیشتر و لزجت کمتر باشد، رشد آشفتگی‌ها و ناپایداری‌ها بیشتر بوده و استوانه‌ی سیّال به سمت ایجاد انحنا و قطره‌قطره شدن پیش می‌رود. به همین دلیل است که در سیّال آب که دارای کشش سطحی بالاتر و لزجت کمتری نسبت به اتیلن گلیکول است، آشفتگی‌ها به‌سرعت و به‌شدّت رشد کرده و پرش هیدرولیکی شکل منظمی را نشان نمی‌دهد. برعکس در سیّال اتیلن گلیکول که دارای لزجت بالاتر و کشش سطحی کمتری است، سیّال تا حدی توانایی کنترل آشفتگی را دارد و به سمت قطره‌قطره شدن پیش نمی‌رود و در نتیجه کشش سطحی با ایجاد منحنی‌هایی در سطح پرش، به حداقل سطح رویه و انرژی می‌رسد. این منحنی‌ها همان اضلاع و گوشه‌های پرش هیدرولیکی چندضلعی می‌باشند که با تغییر دبی، تعداد و طول آنها تغییر می‌کند.

شکل (a-٦) باریکهٔ استوانه‌ای که به دلیل کشش سطحی و رشد آشفتگی‌ها دارای انحنا در سطح خود شده است را نشان می‌دهد. این باریکه در نهایت به قطره‌قطره شدن می‌انجامد. اگر غلتک زیرسطحی مدور در ساختار نوع IIb پرش هیدرولیکی دایروی که در شکل (c-٣) نشان داده شد (مارتنز و همکاران [19] از آن برای ارائه تئوری پرش چندضلعی استفاده کردند) را به‌عنوان یک باریکهٔ تیوب شکل در نظر بگیریم، شکل (b-٦) نحوهٔ اثر آشفتگی‌ها بر آن و ناپایدار شدن پرش دایروی را نشان می‌دهد. اما همان‌طور که در شکل (c-٦) مشاهده می‌شود، اگر لزجت سیّال زیاد (حدوداً ۱۰ برابر آب) و کشش سطحی آن کم باشد، کشش سطحی قدرت کافی برای قطره‌قطره کردن غلتک را نداشته و پرش دایروی به یک چندضلعی تبدیل می‌شود.



شکل «٦»: اثر کشش سطحی بر باریکهٔ سیّال در حضور آشفتگی‌های موجود در سیّال [11]

این سؤال همچنان قابل طرح است که آشفتگی‌هایی که در حضور کشش سطحی و لزجت بر اساس پدیدهٔ رایلی-پلاتو علّت شکل‌گیری پدیدهٔ پرش هیدرولیکی چندضلعی هستند، چگونه وارد سیستم می‌شوند و آیا با کاهش یا حذف آنها می‌توان به جای پرش چندضلعی همچنان پرش دایروی پایدار داشت؟ در ادامه با شناسایی این آشفتگی‌ها و نوسانات به مطالعهٔ علّت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی چندضلعی

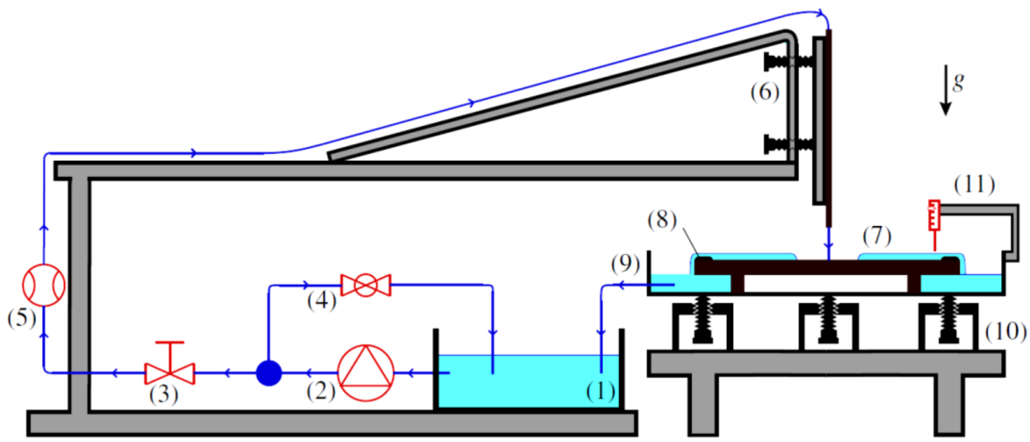
پرداخته می‌شود. همچنین علّت شکل‌گیری پرش‌های چندضلعی به شکل منتظم مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

آزمایش

شکل (۷) شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق را نشان می‌دهد. به‌طور اجمالی می‌توان گفت دستگاه آزمایش شامل یک مخزن اصلی برای نگهداری سیّال (۱)، پمپ برای پمپاژ سیّال (۲)، پایه‌های نگه‌دارنده، لوله‌هایی با قطرهای مختلف برای تنظیم اندازه قطر جت سیّال، صفحهٔ هدف دایروی (۷)، مخزن سرریز (۹)، مکانیزم‌های ترازبندی افقی و عمودی، مکانیزم‌های نوردهی و تصویربرداری، دبی‌سنج (۵)، ابزار اندازه‌گیری ارتفاع سیّال (ارتفاع سنج سوزنی) (۱۱)، کولیس دیجیتال و دماسنج است.

برای ایجاد یک جت سیّال متقارن محوری و کاملاً توسعه‌یافته، از لوله‌های عمودی با طول ثابت ۱۲۰ سانتی‌متر استفاده شده است. طول لوله‌ها آن‌قدر بلند انتخاب شده تا مسیر حرکت عمودی سیّال به اندازهٔ کافی طولانی شود و از توسعه‌یافتگی جریان کاملاً اطمینان حاصل شود.

سیّال پس از خروج از لولهٔ شیشه‌ای به‌صورت کاملاً عمودی به صفحهٔ هدف (۷) برخورد می‌کند. صفحهٔ هدف یک صفحهٔ شیشه‌ای دایروی با قطر ٤٥cm و ضخامت ٦mm است. صفحهٔ هدف درون یک ظرف سرریز (۹) ساخته شده از پلکسی گلس با ابعاد ۴۵cm×۵۵cm×۱۵cm و به فاصلهٔ حدوداً ۳cm بالاتر از کف این ظرف قرار می‌گیرد. به‌این‌ترتیب سیّال از روی صفحهٔ هدف به این مخزن سرازیر شده و از خروجی آن به سمت مخزن اصلی (۱) و یا در صورت نیاز به سمت دبی سنج (۵) هدایت می‌شود تا در نهایت یک سیکل آزمایش کامل گردد. موانع پایین‌دست که برای تبدیل پرش هیدرولیکی دایروی به پرش هیدرولیکی چندضلعی لازم است، از جنس شیشه یا پلکسی گلس هستند. فاصلهٔ دهانهٔ جت تا صفحهٔ هدف در تمام آزمایش‌ها ۱cm در نظر گرفته شد.

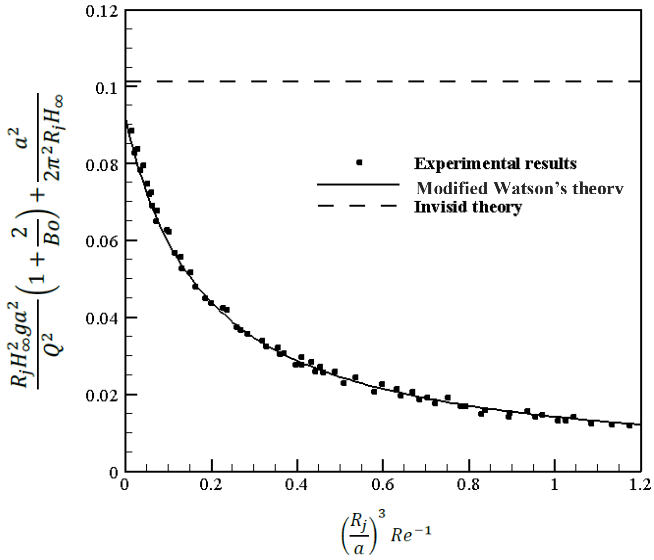


شکل «۷»: شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق. ۱) مخزن نگهداری سیّال، ۲) پمپ، ۳) شیر تنظیم دبی ٤) شیر مسیر فرعی، ٥) دبی سنج، ٦) مکانیزم ترازبندی عمودی، ٧) صفحه هدف شیشه‌ای، ٨) مانع پایین‌دست، ٩) مخزن سرریز، ١٠) مکانیزم ترازبندی افقی و ١١) سیستم اندازه‌گیری ضخامت سیّال [18]

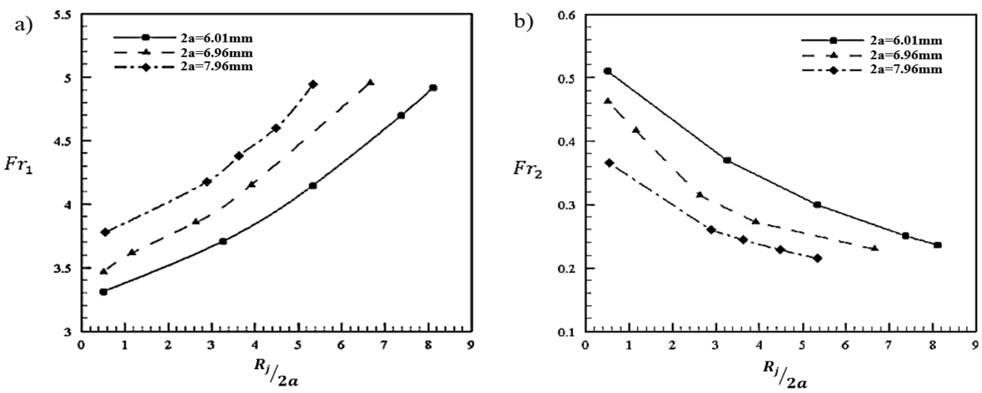
نتایج

برای بررسی دقّت نتایج آزمایشگاهی و صحّه‌گذاری بر عملکرد دستگاه آزمایش، در شکل (۸) نتایج پرش هیدرولیکی دایروی نوع I که با استفاده از یک جت شیشه‌ای به قطر 2a=6.01mm به‌دست‌آمده است، با نتایج تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عملکرد دستگاه مناسب بوده و نتایج آزمایشگاهی با دقّت خوبی بر نتایج تئوری منطبق هستند.

همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، واتسون [5] تئوری خود را بدون در نظر گرفتن ساختار پرش (شکل ۳) ارائه کرد و این تئوری برای پرش‌های نوع یک که دارای یک گردابه زیرسطحی هستند، از دقّت بالایی برخوردار است. افزایش فشار زیر سطح در پرش باعث ایجاد جریان برگشتی (گردابه) می‌شود. شکل (۹) نمودار تغییرات عدد فرود در برابر شعاع بی‌بعد پرش را نشان می‌دهد.



شکل «۸»: مقایسهٔ نتایج پرش هیدرولیکی دایروی نوع I با تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون



شکل «۹»: a) تغییرات عدد فرود بالادست پرش در برابر شعاع بی‌بعد پرش و b) تغییرات عدد فرود پایین‌دست پرش در برابر شعاع بی‌بعد پرش

همان‌طور که انتظار می‌رود و در شکل (۹) نیز مشاهده می‌شود، عدد فرود در بالادست پرش (شکل ۹-a) بزرگ‌تر از یک (جریان فوق بحرانی) و در پایین‌دست پرش (شکل ۹-b) کمتر از یک (جریان زیربحرانی) است. نکتهٔ قابل توجّه در شکل (۹) این است که در شعاع‌های بی‌بعد بزرگ‌تر پرش، عدد فرود بالادست جریان (Fr_1) بیشتر و عدد فرود پایین‌دست جریان (Fr_2) کمتر است. به عبارتی هرچقدر شعاع بی‌بعد پرش افزایش یابد، اختلاف میان مقادیر Fr_1 و Fr_2 افزایش یافته و این به معنی افزایش اتلافات و در نتیجه افزایش فشار زیرسطحی است.

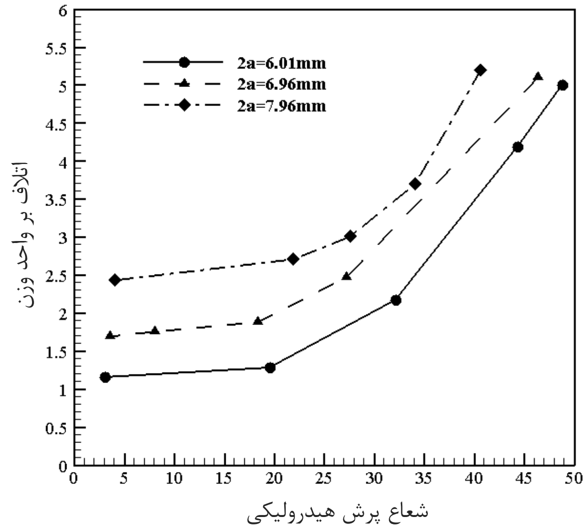
میزان اتلافات بر اساس قانون اول ترمودینامیک از طریق رابطهٔ (۸) محاسبه می‌شود [27]:

$$\frac{V_1}{2g}+h_1=\frac{V_2}{2g}+h_2+\left[(u_2-u_1)-\frac{dQ_T}{dm}\right]\frac{1}{g} \quad (۸)$$

که در آن Q_T انتقال حرارت و u_1 و u_2 به ترتیب انرژی داخلی سیّال در قبل و بعد از پرش هستند. عبارت داخل کروشه در این معادله را می‌توان به‌عنوان افت انرژی بر واحد وزن در نظر گرفت. این رابطه با جایگزینی عدد فرود به شکل رابطهٔ (۹) در می‌آید:

$$h_1\left(\frac{Fr_1^2}{2}+1\right)-h_2\left(\frac{Fr_2^2}{2}+1\right)= \text{اتلاف بر واحد وزن} \quad (۹)$$

با توجّه به اینکه میزان تغییرات h_1 و h_2 کم است و از طرفی اعداد فرود دارای توان ۲ هستند، این رابطه وابستگی زیادی به اعداد فرود بالادست و پایین‌دست پرش دارد. شکل (۱۰) میزان اتلافات بر حسب شعاع پرش را نشان می‌دهد. با افزایش شعاع پرش میزان اتلافات افزایش می‌یابد. همان‌طور که گفته شد، افزایش فشار زیرسطحی منجر به ایجاد یک گردابه زیرسطحی و در نتیجه ایجاد ساختار پرش نوع I می‌شود (شکل ۳-a). اگر اختلاف میان دو عدد فرود بیشتر شود، فشار زیرسطحی بیشتر شده و باعث ایجاد یک گردابه دیگر در زیر سطح جریان می‌شود و به‌این‌ترتیب ساختار نوع IIa شکل می‌گیرد (شکل ۳-b). افزایش بیشتر اختلاف میان اعداد فرود می‌تواند پرش را به نوع IIb نیز تبدیل کند (شکل ۳-c). پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی در این نوع ساختار شکل می‌گیرند. به‌این‌ترتیب نحوهٔ شکل‌گیری ساختارهای پرش هیدرولیکی بر اساس اختلاف میان اعداد فرود بالادست و پایین‌دست پرش قابل توجیه است.



شکل «۱۰»: تغییرات اتلاف بر واحد وزن در مقابل شعاع پرش

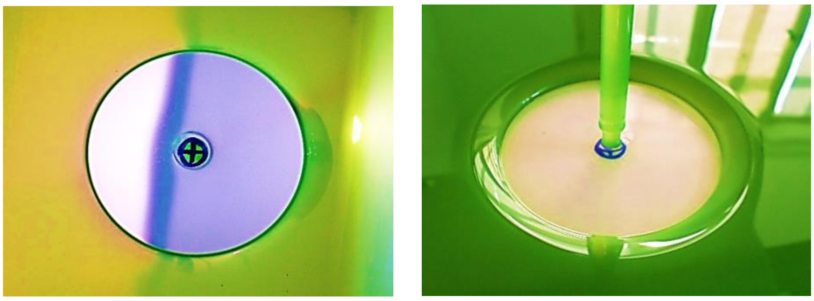
با توجّه به کارهای آزمایشگاهی قبلی که توسط دانشمندان انجام شده، در حضور یک مانع پایین‌دست با ارتفاع مشخص بر روی صفحه هدف، پرش هیدرولیکی به شکل چندضلعی ظاهر می‌شود. همان‌طور که در بخش تئوری شرح داده شد، آشفتگی‌ها باعث ایجاد ناپایداری و چندضلعی شدن پرش می‌شوند. این آشفتگی‌ها را می‌توان به چند دسته تقسیم‌بندی کرد که در جدول (۱) لیست شده‌اند. در این تحقیق، پیش‌بینی می‌شود که اگر بتوان به طریقی این آشفتگی‌ها و نوسانات را کاهش داد یا به حداقل رساند، پرش هیدرولیکی همچنان به‌صورت پایدار و دایروی باقی بماند. در جدول (۱)، روش حذف و یا کاهش ناپایداری‌ها نیز ذکر شده است. باید دقّت داشت

که پنجمین مورد اغتشاشات در این جدول را می‌توان با کاهش دبی جریان کاهش داد؛ اما اگر دبی جریان بیشتر شود، تقویت ناپایداری‌ها، باعث ناپایداری پرش دایروی می‌شوند. به کمک آزمایش‌ها می‌توان میزان دبی که در آن پرش دایروی ناپایدار می‌شود را اندازه‌گیری کرد.

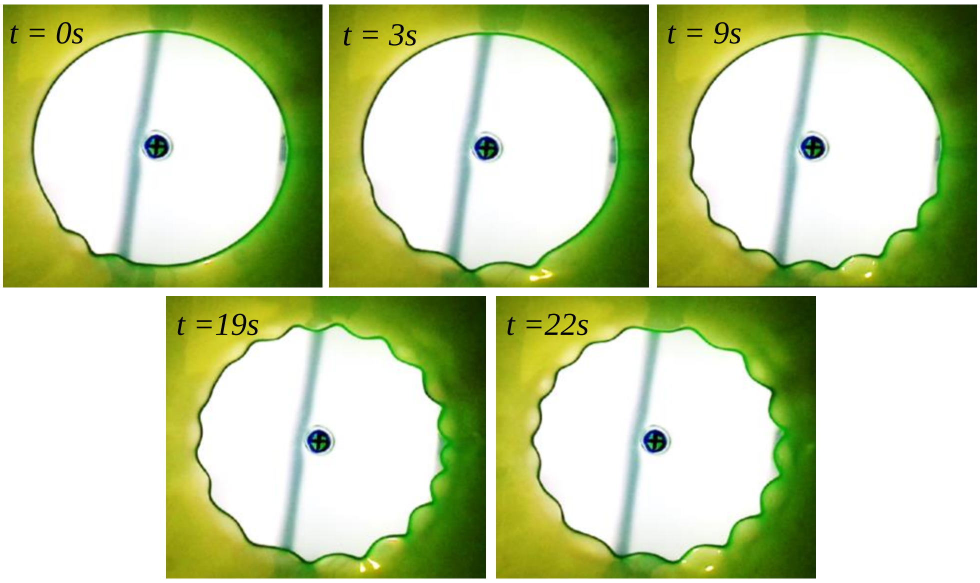
انجام آزمایش‌های متعدّد در این تحقیق نشان می‌دهد که پیش‌بینی نویسندگان این مقاله صحیح بوده و می‌توان با حذف یا کاهش انواع مختلف اغتشاشاتی که در جدول (۱) معرفی شدند، حتی در حضور یک مانع پایین‌دست، پرش هیدرولیکی دایروی پایدار ایجاد کرد. شکل (۱۱) نمای بالایی و پایینی یک پرش هیدرولیکی دایروی پایدار را در حضور یک مانع پایین‌دست متقارن دایروی به ارتفاع h=2.10mm نشان می‌دهد. شعاع این پرش با افزایش دبی افزایش می‌یابد تا اینکه بالاخره در یک دبی خاص، پرش هیدرولیکی دایروی، ناپایدار شده و از محلی بر روی محیط آن یک‌گوشه متولد می‌شود. در این حالت در عین ثابت ماندن دبی، تولید گوشه‌های جدید و بیشتر ادامه می‌یابد و گوشه‌ها بر روی محیط پرش دایروی حرکت می‌کنند تا همهٔ محیط پرش را فرامی‌گیرند و یک پرش هیدرولیکی چندضلعی شکل می‌گیرد. شکل (۱۲) روند ناپایداری یک پرش دایروی را در دبی ثابت و در طول زمان نشان می‌دهد. پیداست که با افزایش دبی یا عدد رینولدز که منجر به افزایش مومنتم سیّال می‌شود، حداقل آشفتگی‌ها در پرش تقویت شده و در یک عدد رینولدز خاص موجب ناپایداری پرش دایروی پایدار شده‌اند. این در حالی است که در تحقیقات قبلی در اعداد رینولدز بسیار کم نیز پرش هیدرولیکی چندضلعی پدیدار شده است.

جدول «۱»: انواع ناپایداری‌هایی که باعث ناپایداری یک پرش دایروی پایدار و شکل‌گیری یک پرش چندضلعی می‌شوند:

ردیف	نوع ناپایداری		علّت	روش حذف و یا کاهش ناپایداری
۱	اغتشاشات محیطی		عواملی مانند لرزش در سازه آزمایشگاه یا جریان هوا و ...	استفاده از یک اتاق بدون لرزش و ارتعاش با در و پنجره‌های بسته
۲	اغتشاشات ناشی از قسمت‌های متحرک و لرزاننده		حضور تجهیزات لرزان و ارتعاشی مانند پمپ	جدا کردن صفحه هدف و پایه‌ی نگه‌دارنده از سایر قسمت‌های دستگاه آزمایش
۳	اغتشاشات ناشی از تولید حباب و پدیدهٔ کاویتاسیون	تبخیری	سرعت بالای پره و ایجاد خلأ یا پایین آمدن فشار سیّال	افزایش قطر چشم پمپ، کاهش قطر خروجی و استفاده از شیرهای تنظیم دبی بشقابی
		نارسایی گذر از تیغه	تعویض نامناسب پره پمپ با یک پره بزرگ‌تر از حد استاندارد و گیر افتادن سیّال بین پره و پوسته	استفاده از پمپ مناسب با پره‌ی استاندارد
		مکش هوا از اتصالات	عدم آب‌بندی مناسب اتصالات	استفاده از لوله‌های پلی‌پروپیلن و اتصالات پرسی
٤	اغتشاشات ناشی از درهمی جریان		اصطکاک و زبری سطوح شامل لوله‌های ایجادکنندهٔ جت سیّال و صفحه هدف	استفاده از لوله‌های شیشه‌ای کاملاً صیقلی با دهانه پرداخت شده و صفحه هدف شیشه‌ای
۵	اغتشاشات ناشی از برخورد سیّال به صفحه هدف و تولید امواج سطحی		برخورد سیّال به صفحه هدف و مومنتم سیّال ورودی به محدودهٔ پرش	کاهش مومنتم ورودی به محدودهٔ پرش از طریق کاهش دبی



شکل «۱۱»: پرش هیدرولیکی دایروی پایدار با ساختار نوع IIb در حضور مانع پایین‌دست با ارتفاع h=2.10mm (Q=82.23ml/s)

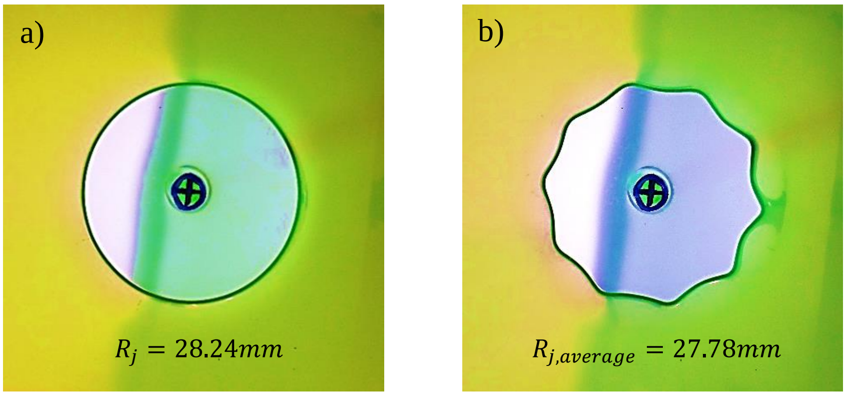


شکل «۱۲»: روند ناپایدار شدن یک پرش هیدرولیکی دایروی پایدار با ساختار نوع IIb در حضور مانع پایین‌دست با ارتفاع h=2.10mm (Q=123.16ml/s)

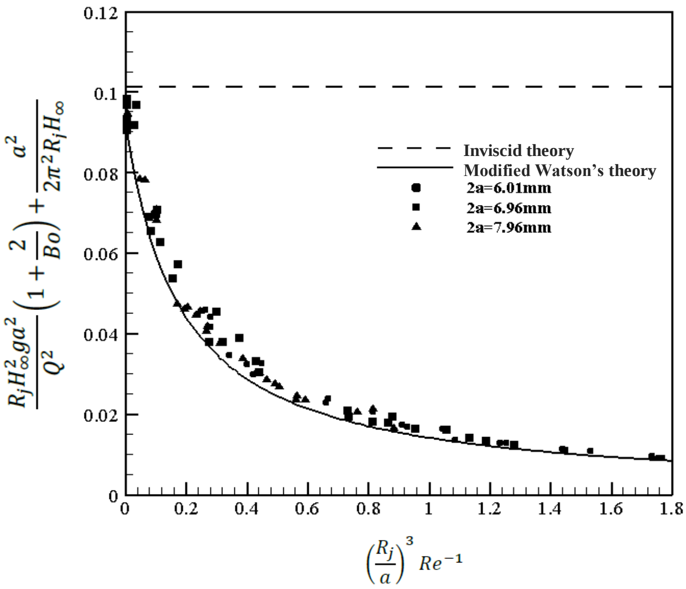
پرش هیدرولیکی دایروی ایجاد شده را می‌توان با ایجاد نوسانات یا اغتشاشاتی، مانند اغتشاشات محیطی یا تغییر ناگهانی دبی، ناپایدار کرده تا به یک پرش هیدرولیکی چندضلعی تبدیل شود. به عبارتی می‌توان در یک دبی ثابت و بدون تغییر در خواص فیزیکی و شیمیایی سیّال (مانند کاهش کشش سطحی سیّال با افزودن یک ماده به آن [11]) و با تولید ناپایداری، یک پرش هیدرولیکی پایدار را به یک پرش هیدرولیکی چندضلعی در همان دبی تبدیل کرد. شکل (۱۳–a) یک پرش دایروی پایدار در دبی Q=56.95 ml/s و شکل (۱۳–b) پرش ۱۰ ضلعی متناظر پرش دایروی در همان دبی را نشان می‌دهد. هر دوی این پرش‌ها با تعبیهٔ یک مانع پایین‌دست به ارتفاع h=2.10mm شکل گرفته‌اند.

ساختار این پرش‌های هیدرولیکی پایدار از نوع IIb است (شکل ۳ و ۹).

شکل (١٤) مقایسهٔ نتایج پرش‌های دایروی پایدار به‌دست‌آمده در این تحقیق را با تئوری اصلاح شدهٔ واتسون، در سه قطر مختلف جت سیّال، نشان می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده در دبی‌های مختلف با دقّت خوبی با تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون تطابق دارد. این تطابق در شعاع‌های کم‌وزیاد دقّت بیشتری دارد؛ اما در شعاع‌های میانی، اختلاف کمی میان نتایج آزمایشگاهی و نتایج تئوری وجود دارد که احتمالاً به این دلیل است که در تئوری واتسون اثر نوع ساختار پرش دایروی در نظر گرفته نشده است.



شکل «۱۳»: a) پرش هیدرولیکی دایروی پایدار و b) پرش هیدرولیکی چندضلعی ایجادشده بر اثر ایجاد اغتشاش در پرش دایروی a در دبی ثابت (Q=56.95 ml/s)



شکل «۱٤»: مقایسهٔ نتایج پرش‌های دایروی پایدار به‌دست‌آمده در این تحقیق با تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون

بنابراین یکی از دستاوردهای کار حاضر این است که بر خلاف کارهای قبلی و با حذف اغتشاشات و نوسانات از جریان، سیستم و محیط، پرش دایروی پایدار از اعداد رینولدز کم که در آن شعاع پرش تقریباً برابر با شعاع دهانه نازل است تا اعداد رینولدز بالا شکل می‌گیرد. در آزمایش‌های تحقیق حاضر، حداکثر محدودهٔ پایداری پرش دایروی از حدود عدد رینولدز ۳۱۲ تا حدود عدد رینولدز ٤٦٢٤ است. در اعداد رینولدز کمتر از ۳۱۲ پرش هیدرولیکی شکل نمی‌گیرد. به عبارتی در کمتر از این مقدار عدد رینولدز، سیّال انرژی کافی برای ایجاد یک پرش هیدرولیکی را ندارد. این در حالی است که در آزمایش‌های قبلی، وجود نوسانات و اغتشاشات باعث شده است تا پرش هیدرولیکی از حداقل عدد رینولدز ۵۰۰ به بالا به‌صورت چندضلعی باشد [18]. این عدد رینولدز، حداقل مقدار عدد رینولدز مورد نیاز برای شروع شکل‌گیری یک پرش هیدرولیکی است که به‌صورت دو ضلعی یا چشم است؛ اما در اینجا این سؤال مطرح

مـی‌شـود کـه چـرا پـس از وارد شـدن اغتشاشـات و شکل‌گیری پـرش چندضـلعی، ایـن پـرش بـه‌صـورت متقارن و منتظم است؟ با توجّه بـه اینکـه اغتشاشـات و نوساناتی که در جدول (۱) به آنها اشـاره شـد، همگـی تصادفی هستند و هیچ نظم یا تقارن خاصی ندارند.

در ادامه ثابـت مـی‌شـود کـه در یـک دبـی ثابـت، مساحت داخل پرش‌هـای مختلـف (اعـم از دایـروی و غیر دایروی) که ممکن است شکل گیرند، تقریبـاً برابـر است؛ زیرا پارامتر مهم و مؤثر در مساحت داخل پـرش هیدرولیکی، دبی است و افزایش یا کاهش دبی به‌طـور مستقیم بر مساحت داخل پرش تأثیر می‌گذارد. جـدول (۲) مقایسهٔ مسـاحت داخـل دو نـوع پـرش دایـروی و پـرش چندضـلعی متنـاظر، در دبـی یکسـان را نشـان می‌دهد. پرش‌هـای چندضـلعی ایـن جـدول بـه‌وسـیلهٔ اعمال اغتشاشات محیطـی (زدن ضـربه بـا یـک جسـم خارجی به محیط پرش دایروی پایدار) ایجاد شـده‌انـد. پرش چندضلعی ایجاد شده پس از گذر مدتی زمان، به آهستگی به یک پـرش دایـروی پایـدار در همـان دبـی برمی‌گردد.

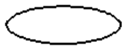
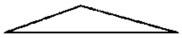
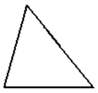
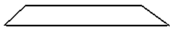
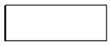
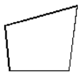
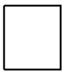
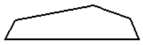
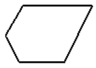
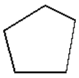
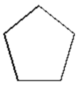
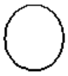
بررسی نتایج مربوط به مسـاحت داخـل پـرش در جدول (۲)، نشان می‌دهد که برای یک پرش دایروی و پرش چندضلعی متناظر در دبی ثابت، مسـاحت داخـل پـرش بـا درصـد اخـتلاف نسـبی کمتـر از ۱۰/٦٦ در دبی‌های مختلـف، برابـر اسـت. افـزایش دبـی، درصـد اختلاف نسبی را افزایش می‌دهد. دلیل این امر آن است که با افزایش دبـی و بـه‌تبـع آن افـزایش شـعاع پـرش هیدرولیکی، اثـر مـانع پـایین‌دسـت جریـان بـر پـرش هیدرولیکی بیشتر شده و باعث افزایش اختلاف نسـبی می‌شود؛ بنابراین مـی‌تـوان گفـت کـه مسـاحت داخـل پرش‌های مختلفی که ممکن است در یـک دبـی ثابـت شکل گیرند، تقریباً برابر اسـت. پـس همـهٔ شـکل‌هـای چندضلعی با تعداد اضلاع برابر که ممکن است در یک دبی ثابت اتفاق بیفتند، دارای مساحت داخل پرش برابر خواهند بود؛ اما چرا از بـین همـهٔ چندضـلعی‌هـای بـا تعداد اضلاع برابر که ممکن است در یـک دبـی ثابـت ایجاد شوند، پرش به شکل چندضلعی منتظم درمی‌آید؟

به‌عنوان یکی دیگر از دستاوردهای تحقیـق حاضـر باید گفت که علّت آن است که پـرش هیـدرولیکی بـه دلیل حضور کشـش سـطحی تمایـل دارد کـه کمتـرین مساحت رویه در پرش را ایجاد کند. کمترین مسـاحت رویه در بین پرش‌های چندضـلعی بـا تعـداد اضـلاع و مساحت داخل برابر، مربوط به پرش چندضلعی منـتظم است. این ادعا با توجّه به نتایج موجود در جـدول (۳) به اثبات می‌رسد. هر چه محیط پرش بـزرگ‌تـر باشـد، مساحت رویهٔ پرش نیز بزرگ‌تر خواهد بود.

جدول «۲»: مقایسهٔ مساحت‌های پرش دایروی پایدار و چندضلعی متناظر آن در دبی ثابت

اختلاف نسبی (٪)	مساحت پرش (cm^2)	تعداد اضلاع پرش	شکل پرش	دبی (ml/s)	شماره آزمایش
۱/۸۷	۹/٦۱	–	دایره	۳۷/٥٤	۱
	۹/٤۳	٤	چندضلعی		
۲/٦۹	۲٥/۳۲	–	دایره	٥۲/٤۸	۲
	۲٤/٦٤	۸	چندضلعی		
۳/۲۰	۳۲/۳۷	–	دایره	٦٤/۸۱	۳
	۳۱/۳٤	۱۱	چندضلعی		
۷/٤۷	٤۰/٦٥	–	دایره	۷۳/۹۱	٤
	۳۷/٦۱	۱۲	چندضلعی		
۱۰/٦٦	٤٦/۹۱	–	دایره	۸۳/۸۲	٥
	٤۱/۹۱	۱۳	چندضلعی		

جدول «۳»: مقایسهٔ محیط چندضلعی‌های با مساحت برابر

چشم یا بیضی	شکل چندضلعی				
	مساحت چندضلعی(mm^2)	۱۰۰۰/۰۷۹			
	محیط چندضلعی (mm)	۱٤۵/۲۱۱			
سه ضلعی	شکل چندضلعی				
	مساحت چندضلعی(mm^2)	۱۰۰۰/۰۵٦	۱۰۰۰/۰۰٦	۱۰۰۰/۰۸٤	۱۰۰۰/۰٤۸
	محیط چندضلعی (mm)	۲٤۸/۳۹۲	۱٤٦/۵۱۲	۱٤٦/٤۱٦	۱٤٤/۱۷۲
چهار ضلعی	شکل چندضلعی				
	مساحت چندضلعی(mm^2)	۱۰۰۰/۰۷۸	۱۰۰۰/۰۲۳	۱۰۰۰/۰۷۵	۱۰۰۰/۰۷٦
	محیط چندضلعی (mm)	۲۱۹/۳۱۱	۱٤۸/۵۳۸	۱۲۹/۷٤۰	۱۲٦/٤۹٦
پنج ضلعی	شکل چندضلعی				
	مساحت چندضلعی(mm^2)	۱۰۰۰/۰۱۵	۱۰۰۰/۰٤۹	۱۰۰۰/۰۹۸	۱۰۰۰/۰۹۳
	محیط چندضلعی (mm)	۱۷۱/۷٤۳	۱۲۷/۵۸۰	۱۲۱/۷۸۳	۱۲۰/۵۵۰
دایره	شکل چندضلعی				
	مساحت چندضلعی(mm^2)	۱۰۰۰/۰۵۰			
	محیط چندضلعی (mm)	۱۱۲/۱۰۳			

اگر محیط پرش را نماینده‌ی مساحت رویهٔ پرش در نظر بگیریم، جدول (۳) نشان می‌دهد که کمترین محیط چندضلعی (و بنابراین کمترین مساحت رویهٔ پرش) در بین چندضلعی‌های با تعداد اضلاع و مساحت داخل برابر، مربوط به چندضلعی منتظم است. توجّه به این نکته مهم است که در شکل‌گیری پرش هیدرولیکی چندضلعی، صفحهٔ هدف باید کاملاً افقی و جت سیّال باید کاملاً عمودی باشد. در این شرایط، همواره کشش سطحی سعی دارد تا پرش هیدرولیکی چندضلعی را به شکل منتظم درآورد.

با دقّت در جدول (۳) همچنین می‌توان علّت رفتار پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی و شکل‌گیری محدودهٔ پایداری که در شکل (۵) نشان داده شده را تفسیر کرد.

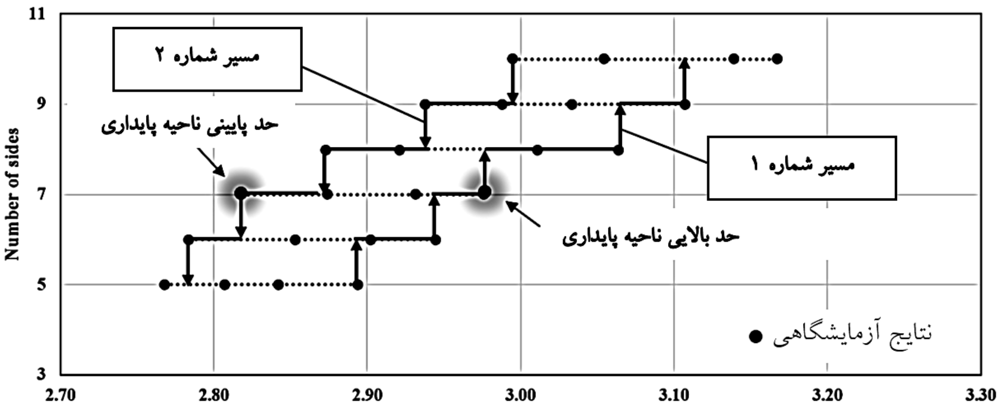
در حضور اغتشاشات، پرش هیدرولیکی به شکل یک چندضلعی منتظم درمی‌آید. در دبی‌های کم (نیروی مومنتم کم)، شکل پرش به‌صورت بیضی یا چشم خواهد بود. با افزایش دبی که منجر به افزایش نیروی مومنتم نیز می‌شود، اندازهٔ پرش رشد کرده و مساحت داخل و رویهٔ آن بیشتر می‌شود. هم‌زمان نیروی کشش سطحی به‌عنوان یک نیروی مقاوم سعی در ایجاد کمترین مساحت رویه را دارد؛ بنابراین با اضافه کردن یک‌گوشه و یک ضلع مساحت رویه را کاهش می‌دهد و شکل پرش، به یک مثلث تبدیل می‌شود؛ زیرا در این دبی، مساحت رویه برای پرش مثلثی کمتر از مساحت رویهٔ بیضی نهایی است. مجدداً با افزایش دبی، سطح داخل و رویهٔ پرش افزایش می‌یابد تا اینکه مجدداً

کشش سطحی با اضافه کردن یک‌گوشه و ضلع جدید، افزایش مساحت رویه را کاهش داده و پرش تبدیل به یک مربع می‌شود. به همین ترتیب با افزایش دبی، روند افزایش گوشه‌ها و اضلاع در پرش ادامه می‌یابد و در واقع کشش سطحی با اضافه کردن گوشه‌ها و اضلاع جدید در پرش، سعی می‌کند تا شکل پرش را به شکل یک پرش دایروی نزدیک کند و به کمترین مساحت رویه برسد؛ اما به دلیل حضور اغتشاشات، هیچ‌گاه این پرش به یک پرش دایروی پایدار تبدیل نخواهد شد. به‌این‌ترتیب حد بالای پایداری حاصل می‌شود (مسیر شماره یک در شکل (۱۵)).

همان‌طور که در شکل (۱۵) مشاهده می‌شود با افزایش log*Re* پرش هیدرولیکی ۵ ضلعی پایدار خواهد بود تا اینکه بالاخره با افزایش یک ضلع و یک‌گوشه به یک ٦ ضلعی تبدیل می‌شود. اکنون پرش ٦ ضلعی با افزایش log*Re* پایدار خواهد بود تا اینکه بالاخره با افزایش یک ضلع و یک‌گوشه به یک ۷ ضلعی تبدیل شود. روند افزایش گوشه و ضلع به همین ترتیب ادامه خواهد داشت. این مشاهدهٔ تجربی با حل چندضلعی تئوری مرجع [20] که برای اعداد موج بی‌بعد خیلی بزرگ‌تر از ۱۰، پرش چندضلعی به یک دایره همگرا می‌شود، مغایرت دارد.

مسیر شمارهٔ ۲ در شکل (۱۵) حد پایین پایداری را نشان می‌دهد که با کاهش دبی (کاهش مومنتم) حاصل می‌شود. اگر از نیروهای اصطکاک و فشار هیدرواستاتیک صرف‌نظر کنیم، نیروی کشش سطحی و مومنتم در هر لحظه با یکدیگر موازنه می‌شوند. با کاهش دبی (کاهش نیروی مومنتم) پرش هیدرولیکی کوچک می‌شود. به‌عنوان‌مثال اگر یک پرش ۹ ضلعی داشته باشیم، با کاهش دبی، اندازه پرش کوچک می‌شود. به‌طور هم‌زمان با کاهش نیروی مومنتم، نیروی کشش سطحی نیز کاهش یافته و در یک‌لحظه سیّال افزایش سطح رویه می‌دهد. این افزایش سطح رویه با کاهش یک ضلع و یک‌گوشه انجام می‌شود و پرش ۹ ضلعی به یک پرش ۸ ضلعی تبدیل می‌شود. در ادامه با کاهش دبی پرش ۸ ضلعی کوچک شده و نیروی کشش سطحی نیز کاهش می‌یابد تا اینکه در یک‌لحظه پرش ۸ ضلعی با کاهش یک ضلع و یک‌گوشه، به یک پرش ۷ ضلعی تبدیل می‌شود. این روند با کاهش دبی ادامه می‌یابد.

به‌این‌ترتیب و با دقّت در شکل (۱۵) می‌توان دریافت که در یک رژیم پارامتری ثابت (به‌عنوان‌مثال log*Re*=3) می‌توان پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی با تعداد ۸، ۹ و ۱۰ ضلع داشت. رژیم پارامتری ثابت به این معنی است که تمام پارامترهای حاکم بر آزمایش ازجمله دبی حجمی، ارتفاع پایین‌دست، قطر جت، نوع سیّال و... ثابت و بدون تغییر باشد.



شکل «۱۵»: نمودار پایداری پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی ($2a$=1.03cm و $H_{obstacle}$=0.22cm)

نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مطالعهٔ پدیده‌شناسی بر روی پرش‌های هیدرولیکی چندضلعی و علّت شکل‌گیری آن انجام شد. علّت شکل‌گیری پرش‌های چندضلعی به‌صورت منتظم، مورد بررسی قرار گرفت. همچنین نوع رفتار پرش‌های چندضلعی که با کاهش یا افزایش دبی به ترتیب به‌صورت کاهش یا افزایش تعداد اضلاع و گوشه‌های چندضلعی ظاهر می‌شود، مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج زیر به دست آمد:

- نشان داده شد که علّت واقعی پدیدهٔ پرش هیدرولیکی چندضلعی، حضور اغتشاشات و نوساناتی در جریان، محیط و یا سیستم دستگاه آزمایش است که بر اساس پدیدهٔ رایلی-پلاتو و در حضور کشش سطحی و لزجت منجر به ایجاد این پدیده می‌شود.
- بر خلاف تحقیقات قبلی، با شناسایی و کاهش اغتشاشات جریان، محیط و سیستم، در شرایط فیزیکی و هندسی کار حاضر، پرش هیدرولیکی تا حدود عدد رینولدز ٤٦٠٠ به شکل دایروی و پایدار باقی می‌ماند.
- افزایش دبی جریان، باعث تقویت ناپایداری‌ها و در نتیجه ناپایداری پرش دایروی می‌شود.
- پرش‌های هیدرولیکی دایروی پایدار این تحقیق، همگی از نوع IIb هستند و مطابقت نسبتاً خوبی با تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون دارند. دقّت نتایج در شعاع‌های پرش کم‌وزیاد، بسیار خوب است؛ اما در شعاع‌های میانی، کمی اختلاف میان نتایج آزمایشگاهی و تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون به چشم می‌خورد. علّت اختلاف میان نتایج آزمایشگاهی و تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون این است که در تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون اثر نوع ساختار پرش در نظر گرفته نشده است. تئوری اصلاح‌شدهٔ واتسون دقّت بسیار خوبی برای پرش‌های دایروی نوع I دارد.
- کشش سطحی سیّال سعی می‌کند تا کمترین مساحت رویهٔ ممکن را در پرش ایجاد کند. چون کمترین مساحت رویه در بین چندضلعی‌های مختلف با تعداد اضلاع برابر مربوط به چندضلعی منتظم است، پرش هیدرولیکی چندضلعی به‌صورت متقارن و منتظم شکل می‌گیرد.

واژه‌نامه

پرش هیدرولیکی	Hydraulic jump
پرش چند ضلعی	Polygonal jump
چند پایایی	Hysteresis
غلتک	Roller
گوشه	Corner
مانع پایین دست	Downstream obstacle
پرش منتظم	Regular jump
رژیم پارامتری ثابت	Fixed parametric regime

مراجع

1. Avedisian, C. and Zhao, Z., "The circular hydraulic jump in low gravity", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, The Royal Society*, pp. 2127-2151, (2000).
2. Kate, R., Das, P. and Chakraborty, S., "An Investigation on non-circular hydraulic jumps formed due to obliquely impinging circular liquid jets", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32, pp. 1429-1439, (2008).
3. Rayleigh, L., "On the theory of long waves and bores", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, pp. 324-328, (1914).
4. Birkhoff, G. and Zarantonello, E., "*Jets, Wakes, and Cavities*", Academic Press, New York, (1957).

5. Watson, E., "The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 20, pp. 481-499, (1964).
6. Craik, A., Latham, R., Fawkes, M. and Gribbon, P., "The circular hydraulic jump", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 112, pp. 347-362, (1981).
7. Errico, M., "*A study of the interaction of liquid jets with solid surfaces*", University of California, San Diego, (1986).
8. Liu, X. and Lienhard, J. H., "The hydraulic jump in circular jet impingement and in other thin liquid films", *Experiments in Fluids*, Vol. 15, pp. 108-116, (1993).
9. Higuera, F., "The hydraulic jump in a viscous laminar flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 274, pp. 69-92, (1994).
10. Bush, J.W. and Aristoff, J.M., "The influence of surface tension on the circular hydraulic jump", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 489, pp. 229-238, (2003).
11. Bush, J.W., Aristoff, J.M. and Hosoi, A., "An experimental investigation of the stability of the circular hydraulic jump", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 558, pp. 33-52, (2006).
12. Yokoi, K. and Xiao, F., "A numerical study of the transition in the circular hydraulic jump", *Physics Letters A*, Vol. 257, pp. 153-157, (1999).
13. Yokoi, K. and Xiao, F., "Mechanism of structure formation in circular hydraulic jumps: Numerical studies of strongly deformed free-surface shallow flows", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 161, pp. 202-219, (2002).
14. Mikielewicz, J. and Mikielewicz, D., "A simple dissipation model of circular hydraulic jump", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 17-21, (2009).
15. Passandideh-Fard, M., Teymourtash A. R. and Khavari, M., "Numerical study of circular hydraulic jump using Volume-of-fluid method", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 133, p. 011401, (2011).
16. Hirt, C. W. and Nichols, B. D. "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, pp. 201-225, (1981).
17. Ellegaard, C., Hansen, A. E., Haaning, A., Hansen, K., Marcussen, A., Bohr, T., Hansen, J. L. and Watanabe, S., "Cover illustration: Polygonal hydraulic jumps", *Nonlinearity*, Vol. 12, p. 1, (1999).
18. Teymourtash, A.R. and Mokhlesi, M., "Experimental investigation of stationary and rotational structures in non-circular hydraulic jumps", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 762, pp. 344-360, (2015).
19. Martens, E.A., Watanabe, S. and Bohr, T., "Model for polygonal hydraulic jumps", *Physical Review E*, Vol. 85, p. 036316, (2012).
20. Rojas, N. and Tirapegui, E., "Harmonic solutions for polygonal hydraulic jumps in thin fluid films", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 780, pp. 99-119, (2015).
21. Rojas, N.O., Argentina, M., Cerda, E. and Tirapegui, E., "Inertial Lubrication Theory", *Physical Review Letters*, Vol. 104, p. 187801, (2010).
22. Ellegaard, C., Hansen, A.E., Haaning, A. and Bohr, T., "Experimental results on flow separation and transitions in the circular hydraulic jump", *Physica Scripta*, Vol. 105, (1996).
23. Kasimov, A.R., "A stationary circular hydraulic jump, the limits of its existence and its gasdynamic analogue", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 601, pp. 189-198, (2008).
24. Plateau, J., "*Statique Expe´rimentale et The´orique des Liquides*", Gauthier-Villars, Paris, (1873).
25. Rayleigh, L., "On the Instability of Jets", *Proceeding London Mathematical Society*, Vol. 10, pp. 4-13, (1878).
26. Javadi, A., Eggers, J., Bonn, D., Habibi, M. and Ribe, N.M., "Delayed Capillary Breakup of Falling Viscous Jets", *Physical Review Letters*, Vol. 110, pp. 144501-144504, (2013).
27. Shames, I.H., "*Mechanics of Fluid*", 4^{th} Edition, McGraw-Hill, (2003).